Pautas para el examen de ingreso de Matemática

De acuerdo con los objetivos establecidos para la Escuela Militar de Aeronáutica, se procura que los postulantes que deseen ingresar posean un nivel de conocimiento en matemática equivalente al alcanzado al finalizar el proceso de alfabetización correspondiente a esta unidad curricular en la Educación Media Superior.

La prueba es individual y en el momento del examen cada estudiante deberá contar con una calculadora científica, lápiz, goma y regla. No se permite el uso de celular. La duración de la prueba será de 2 hs.

A continuación se detallan los temas a ser evaluados, se provee una lista de actividades para practicar y se sugiere bibliografía para profundizar.

Temario para el examen de ingreso de Matemática

Geometría Analítica en el plano.

- Coordenadas cartesianas en el plano.
- Ecuación cartesiana de la recta. Semiplano
- Distancia entre dos puntos.
- Ecuación de la circunferencia.
- Intersección de recta y circunferencia.
- Resolución gráfica de sistemas de inecuaciones lineales en el plano.

Funciones, ecuaciones e inecuaciones.

- Funciones y ecuaciones de primer y segundo grado.
- Funciones polinómicas de tercer grado. Representación gráfica. Ecuaciones.
- Propiedades de potencias, logaritmos y radicales.
- Resolución de ecuaciones no lineales, (racionales, exponenciales y logarítmicas).
- Resolución de inecuaciones no lineales, (racionales, exponenciales y logarítmicas).

Probabilidad

- Definición de probabilidad. Propiedades de la probabilidad. sucesos compuestos.
- Diagrama de árbol.
- Probabilidad condicional. Probabilidad total. Fórmula de Bayes.

Actividades para preparar prueba de ingreso de matemática

a la Escuela Militar de Aeronáutica

Las siguientes actividades pretenden ser una muestra no exhaustiva de ejercicios para preparar la prueba de ingreso de matemática a la Escuela Militar de Aeronáutica. Los ejercicios refieren a los temas que se proponen en las bases y no necesariamente están ordenados por nivel de dificultad o significatividad. De ser necesario ampliar atendiendo a la bibliografía que aparece al final de este documento.

1. Investiga si son isósceles los triángulos cuyos vértices son y luego verifica gráficamente:
a) M(1,5) , N(4,2) , P(5,6) b) Q(-5,6) , R(2,3) , S(-4,-1) c) A(3,8) , B(−11,3) y C(−8,−2)

2. a) Grafica las rectas que pasan por los siguientes pares de puntos:
i) A(−1,4) y B(3,2) ii) T(2,5) y R(−2,−1) iii) M(2,5) y F(−1,5)

b) Indica la pendiente y la ordenada en el origen de cada una.

3. Halla la ecuación de cada recta y represéntala gráficamente:

a) Pendiente -4 y ordenada en el origen 2.

b) A(1;5) pertenece a la recta y su pendiente es -5.

c) Corta al eje $\vec{Oy}$ en el punto H(0;-1) y su pendiente es 0.

d) B(3;-2) y el origen pertenecen a la recta.

e) C(4;2) y D(-5;7) pertenecen a la recta.

f) Pasa por M(-2;5) y es paralela al eje $\vec{Ox}$.

g) E(4;-5) pertenece a la recta y es paralela al eje $\vec{Oy}$.

4. Dado el triángulo de vértices A(5,2) , B(3,6) y C(1,4) , hallar:

a) la ecuación de la recta que contiene a la mediana correspondiente al vértice A.

b) la longitud del lado [AC].

c) la ecuación de la recta que contiene a la altura del vértice B.

d) la distancia de B al lado [AC].

e) el área del triángulo.

5. Sea la recta r de ecuación $-\ 2x\ +\ y\ =\ 6$

a) Determina su pendiente.

b) Escribe la ecuación de una recta cuya representación gráfica sea:

i) una recta paralela a r que contenga al punto P(3,−2)

ii) una recta secante a r en el eje de ordenadas.

iii) una recta paralela a r que pase por el origen.

iv) una recta paralela al eje $\vec{Ox}$, secante a r en el punto (--5,-4).

c) Representa las rectas en un mismo sistema de ejes.

6. Representa gráficamente el conjunto solución de las siguientes inecuaciones.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+3y-3 \leq 0 \\ 3x+2y+6 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y-1 \leq 2x \\ 3-2x \geq -y \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 2 \\ x-y+1 \leq 5 \\ x-y > 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y-3 \leq 0 \\ x+y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases}$$

7. Escribir las ecuaciones de las siguientes circunferencias, y representarlas gráficamente:

a. Centro C (3 ;-2) y radio 4.

b. Centro C(0 ; 0) y radio 5.

c. Centro C(1 ; 2), y pasa por el punto A(3 ; 1).

d. Centro (-8 ; 6) y pasa por O(0 ; 0).

e. Los puntos A(1 ; 2) y B(3 ; 6) son los extremos de un diámetro.

8. Representar gráficamente las circunferencias cuyas ecuaciones son:

a. $x^2 + y^2 = 9$

b. $(x\ +\ 2)^2 + (y\ -\ 5)^2 = 4$

c. $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 5x + 3y - \frac{15}{2} = 0$

e. $x^2 + y^2 + 2y = 0$

f. $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$

9. Demostrar que los puntos (2 ; 8), (5 ; 7) y (7 ; 3) pertenecen a una circunferencia de centro (2 ; 3) y radio 5.

10. Estudia la posición de las siguientes rectas respecto a las circunferencias dadas analítica y gráficamente:

a. $r)\ y = -x + 3$ $\quad C)\ x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$

b. $r)\ x + y + 1 = 0$ $\quad C)\ x^2 + y^2 - 10x + 7 = 0$

c. $r)\ x + y - 10 = 0$ $\quad C)\ x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$

11. Escribir como potencia de base real y exponente natural: $(a \in R,\ n \in N)$

$a.a.a.a =$ $\quad a^2.a^2.a^5 =$ $\quad 100 =$ $\quad 1000000 =$ $\quad 10^2.10.10^3 =$ $\quad e.e =$ $\quad 10^5 10^9 =$

$a.a^7 =$ $\quad a^n.a =$ $\quad 5.5^n =$ $\quad 5^2.5^n =$ $\quad (2^4)^3 =$ $\quad (e^8)^5 = e^2.e^4 =$ $\quad (a^3)^2 =$

$(10^5)^3 =$ $\quad (a^4)^3.a =$ $\quad (5^n)^2.5^4 =$ $\quad 7^n(7^n)^3 =$ $\quad \frac{a^8}{a} =$ $\quad \frac{a^8}{a^3} =$ $\quad \frac{10^{14}}{10^5} =$

$\frac{a^n}{a} =$ $\quad \frac{5^n}{5^2} =$ $\quad \frac{(3^5)^2}{3^2.3^5} =$ $\quad 2^7 3^7 = a^5 b^5 =$ $\quad \frac{10^4}{2^4} =$ $\quad \frac{2^4}{a^4} =$

$\frac{1}{2^7} =$ $\quad \frac{8^4}{2^5 3^7} =$ $\quad 2.3^5 + 7.3^5 =$ $\quad \frac{4.10^3 + 10^3}{5^4} =$

12. Escribir como potencia de base real y exponente entero:

$10^4.10^5.10^{-7} =$ $\quad 10^{-2}.10^{-3} =$ $\quad a^{-2}.a^8 =$ $\quad 10^{-12}.10^{12} =$ $\quad 10^8.(10^2)^{-3} =$

$\frac{a^2}{a^5} =$ $\quad \frac{a^8}{a^{-2}} =$ $\quad \frac{e^{-1}}{e} =$ $\quad \frac{10^7.10}{10^{-5}.10^2} =$ $\quad \frac{a^{-4}}{a.a^{-5}} =$ $\quad \frac{e.e^3}{(e^{-2})^3} =$

13. Resuelve en R, las siguientes ecuaciones. Verifica existencia.

a) $\log_{10} x = 2$ $\quad$ b) $\log_x 144 = 2$ $\quad$ c) $\log_x 1024 = 5$ $\quad$ d) $\log_{1/2} x = 2$

e) $\log_8 x = 1/3$ $\quad$ f) $\log_{10}(3x + 25) = 2$ $\quad$ g) $\log_{\sqrt{5}}(5 - x) = 2$

h) $\log_3(3x - 2) = 2$ $\quad$ i) $\log_{10}(x^2 - 15x) = 3$ $\quad$ j) $\log_5(2x^2 + 6x + 25) = 2$

k) $\log_2\left(\frac{3x^2+5}{2x-1}\right) = 3$ $\quad$ l) $\log(x + 1) + \log(2x - 8) = 2$ $\quad$ n) $\log(x + 1) - \log x = 1$

o) $L(4x - 1) - L(x - 2) = L(5)$ $\quad$ p) $\log_{x+2}(x^2 + 2x + 1) = 0$

q) $2.\log x - \log(6 - x) = 0$ $\quad$ r) $5\log_2(x + 3) = \log_2 32$

14. Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $3^{4x-2} = 3^{-x-4}$ $\quad$ b) $2^x = 4096$ $\quad$ c) $5^{3-x} = 125$ $\quad$ d) $2^{x+1} = 4^x$

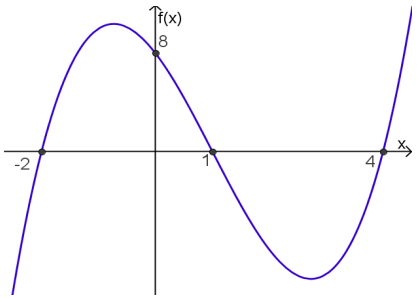
e) $3^{x+1} = 9^{x-2}$ $\quad$ f) $2^x.2^3 = 2$ $\quad$ g) $3^{x^2-3x+3} = 3$ $\quad$ h) $3^{4x}.3^{x+2} = 9^{2x-3}$

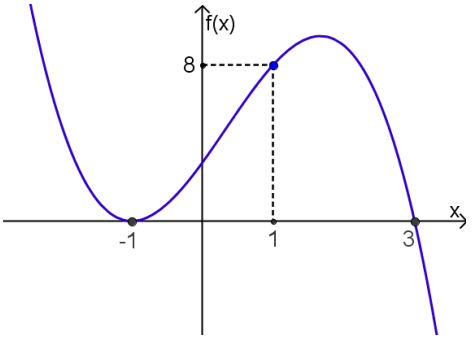
i) $4^{3x}.4^{2x-2} = 64$ j) $4^{x^2+2x} = 2^{x^2+5}$ k) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-2} = 2^{x-2}$ l) $\left(e^{5-x}\right)^{x+3} = 1$

m) $32^{x+1} = 2^6.2^{3x}.2$ n) $4^{x+3} = \frac{1}{2^{x-3}}$ o) $2^x = 0,75$ p) $2^{x-3} = 108$

q) $5^{x+2} = 273$ r) $10^x = 427$

15. Dadas las gráficas de las funciones polinómicas de grado 3 que se adjuntan:

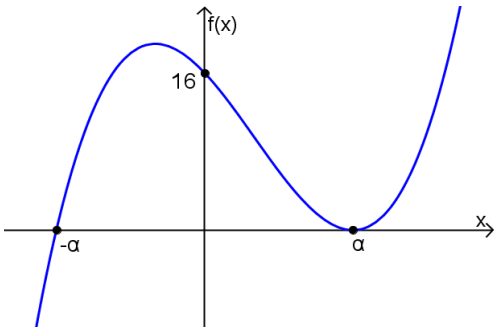




a- Halla su descomposición factorial.

b- Resolver en R, $f(x) \leq 0$.

16. Determina la expresión analítica de la siguiente función polinómica f de 3er grado a partir de su representación gráfica y sabiendo que tiene por coeficiente principal 2.



17. a- De la función polinómica $f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$, se sabe que una raíz es 5. Hallar las restantes raíces, escribirlo en su forma factorial, representar signo y bosquejar gráfico.

b- Para $t(x) = 2x^3 - 8x^2 + 2x + 12$. Hallar las raíces, escribirlo en su forma factorial, representar signo y bosquejar gráfico

18. Dados las siguientes funciones, representar su signo y bosquejar sus gráficos:

a- $g(x) = -2(x+3)(x-3)(x+1)$ b- $h(x) = x(x+2)^2$ c- $j(x) = 2(x+3)(x-5)^2$

d- $k(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$ e- $k(x) = -5x^3 + 4x^2 + x$

19. Sea $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b$

a- Determina a y b , sabiendo que $f(1) = -12$ y que 2 es raíz de $f(x)$.
b- Resuelve $f(x) = 0$ y escribe su descomposición factorial.
c- Determina $g(x)$ de segundo grado sabiendo que su representación gráfica pasa por el origen, $g(x)$ dividido por (x-2) da resto -10 y que $g(-1) = 14$.
d- Resuelve la ecuación $f(x) = g(x)$.

20. Encuentra funciones polinómicas de tercer grado en cada uno de los siguientes casos:

a- De raíces 2, 3 y –4.
b- Otra diferente a la anterior con las mismas raíces.
c- Con una única raíz real 2.
d- Con una raíz real 2 pero de tal modo que el índice de multiplicidad de la raíz sea diferente que en el caso anterior.
e- Con raíces 2, 5 y –1, y coeficiente principal es 4.
f- Cuyas únicas raíces reales sean –3 y 1 y su coeficiente principal 4.
g- Otra diferente a la anterior con las mismas condiciones.

21. Resolver en R:

a) $3x^2 + 4x = 0$ b) $\frac{-2x+6}{2-x} = 4$ c) $\frac{x+3}{x+5} = \frac{7}{x+5}$ d) $\frac{x+2}{x+5} = \frac{x+1}{x+3}$

e) $\frac{x+2}{x-3} = 2(x-1)$ f) $x = \frac{-2-2x}{x+1}$ g) $16x^2 - 49 \geq 0$ h) $\frac{x^2-1}{3} + x < 3$

i) $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)} \geq 0$ j) $\frac{x^2+2x+1}{x-3} \leq 0$

22. De una urna que contiene 10 bolas blancas y 8 negras se hacen dos extracciones sin reposición. Calcula la probabilidad de sacar:

a. Dos bolas blancas
b. Primero una negra y después una blanca.
c. De distinto color.
d. De igual color

Halla las mismas probabilidades si las extracciones se hicieran con reposición.

23. Un jugador de basquetball suele acertar el 75% de sus tiros desde el punto de lanzamiento de personales. Si acierta el primer tiro, puede tirar de nuevo. Calcula la probabilidad de que haga 2 puntos, la de que haga 1 punto y la de que no haga ningún punto.

24. En un laboratorio se somete un nuevo medicamento a tres controles sucesivos. La probabilidad de que pase el primero es 0,89; la de que pase el segundo es 0,93 y la del tercero 0,85. ¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo producto supere las tres pruebas?

25. Los empleados de una empresa se distribuyen en un 65% de hombres y un 35% de mujeres. La dirección evalúa que un 20% de cada sexo está capacitado para desempeñar un puesto de gran responsabilidad. Finalmente, deciden que sea mujer. ¿Qué proporción

de sus empleados cumplen ambas condiciones, es decir, ser mujer y apto para ese puesto?

26. Los 100 socios de un club se distribuyen de la forma que se indica en la tabla. Si se elige una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

A) Sea hombre B) sea mujer C) juegue al billar D) sea una mujer que practique billar

E) sea un hombre que no practique billar.

F) que sea un hombre sabiendo que es una persona que practica billar.

	Hombres	Mujeres
Juegan al billar	48	12
No juegan al billar	16	24

27. En un centro escolar hay 1000 alumnos repartidos según la tabla de contingencia. Se elige al azar uno de ellos. Calcular la probabilidad de que sea:

A) chico B) chica C) use gafas

D) no use gafas E) sea una chica con gafas

F) Si al elegir al azar me dicen que es una chica, ¿cuál es la probabilidad de que use gafas?

G) que sea un chico sabiendo que es una persona que usa lentes.

	Chicos	Chicas
Usan gafas	187	113
No usan gafas	413	287

28. En una empresa hay 200 empleados, 100 hombres y 100 mujeres. Los fumadores son 40 hombres y 35 mujeres. Se elige un empleado al azar.

A) calcular la probabilidad de que sea hombre y no fume;

B) si sabemos que el elegido no fuma, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Bibliografía sugerida para el alumno

· Geometría Analítica. Fernández Val.
· Mikrakys, 5º Tomo I. Editorial Fin de Siglo
· Matemática 5º Tomo II. Editorial Fin de Siglo
· Matemática 4º, Colección Cánepa, González Cabillón y Lois, Ediciones de la Plaza.
· Calculus I, Tom Apóstol. Editorial Reverté.
· Bachillerato1, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.
· Bachillerato2, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.
· Bachillerato3, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.